SS 2002 8. Juli 2002

Übungen zur Vorlesung

Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener Blatt 11

46. Aufgabe: Konstruieren Sie ein Modell für

$$\begin{array}{ll} \{ & \forall x\, \neg f(x) = x, \\ & \forall x\, \neg f(f(x)) = x, \\ & \forall x\, \neg f(f(f(x))) = x, \\ & \quad\vdots \qquad\qquad\qquad \} \end{array}$$

mit Hilfe semantischer Tableaux.

47. Aufgabe:

1. Es sei

   $$\Sigma = \{\forall x \forall y \forall z\; x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z, \quad \forall x\; x \cdot 1 = x, \quad \forall x\; x \cdot x = 1\}.$$

   Zeigen Sie mit der Resolutionsmethode, dass folgendes gilt:

   $$\Sigma \models \forall x\; 1 \cdot x = x.$$

2. Zeigen Sie mit der Resolutionsmethode, dass $(\forall x\; p(x) \lor \forall x\; q(x)) \rightarrow \forall x\; (p(x) \lor q(x))$ allgemeingültig ist.

48. Aufgabe: Es sei A eine Formel in Skolemform ohne $=$ und $\mathcal{B} = (B, I_c)$ sei ein Modell von A. Ferner sei D eine nicht-leere Menge von Grundtermen (variablen-freier Terme), so dass für n-stellige Funktionskonstanten f, die in A vorkommen, und Terme $t_1, \ldots, t_n \in D$, immer auch $f(t_1, \ldots, t_n) \in D$ gilt. Schließlich sei J_c definiert durch $J_c(f)(t_1, \ldots, t_n) = f(t_1, \ldots, t_n)$ und $J_c(p)(t_1, \ldots, t_n) = \mathcal{B}(p(t_1, \ldots, t_n))$ für alle n-stelligen Funktionskonstanten f und Prädikatskonstanten p.

Gilt $\mathcal{B} \models A$, so auch $(D, J_c) \models A$.