

## Übungen zur Vorlesung

## Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener

Blatt 3

**10. Aufgabe:** [Beweise in  $\mathcal{F}_0$ ] Beweisen Sie zwei der Aussageformen aus den Beispielen 1.21 im Skript im deduktiven System  $\mathcal{F}_0$ .

**11. Aufgabe:** [Deduktive Systeme] Das deduktive System  $\hat{\mathcal{F}}$  entstehe aus  $\mathcal{F}_0$  durch Ändern des ersten Axiomenschemas in

$$A \rightarrow (A \rightarrow B).$$

1. Ist  $\hat{\mathcal{F}}$  vollständig?
2. Ist  $\hat{\mathcal{F}}$  korrekt?

**12. Aufgabe:** [Korrekte Regeln] Ein Regelschema  $R_0 : \frac{A_1, \dots, A_n}{A}$  ist *korrekt* für die Aussagenlogik, wenn jede Instanz der Voraussetzungen mit Tautologien  $A_1, \dots, A_n$  zu einer Tautologie  $A(A_1, \dots, A_n)$  als Ableitung führt.

1. Ist  $\mathcal{F} = (Ax, R)$  ein deduktives System mit korrekten Axiomen (d.h. Tautologien als Axiome) und korrekten Regeln, so ist  $\mathcal{F}$  korrekt.
2. Geben Sie eine korrekte Regel  $\frac{A_1, \dots, A_n}{A}$  mit  $A_1, \dots, A_n \not\models A$  an.

**13. Aufgabe:** [Hilberts Kalkül]

1. Begründen Sie, warum das Hilbert-Kalkül korrekt ist. Skizzieren Sie einen Beweis.
2. Begründen Sie, warum das Hilbert-Kalkül vollständig ist. Skizzieren Sie einen Beweis. Hinweis: Verwenden Sie, dass  $\mathcal{F}_0$  vollständig ist.
3. Sind die Argumentationen aus 1. und 2. auch auf das Gentzen-Kalkül anwendbar?