SS 2002 10. Juni 2002

Übungen zur Vorlesung

Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener Blatt 7

28. Aufgabe: Es sei $A \in$ Form. Zeigen oder widerlegen Sie:

1. Es gilt $\exists y \forall x\ A \models \forall x \exists y\ A$.
2. $\exists y \forall x\ A$ folgt logisch aus $\forall x \exists y\ A$.
3. Aus $\forall x\ f(x) = g(x)$ folgt $f = g$ logisch.

29. Aufgabe: Finden Sie eine Formel A, ein Term t und eine Individuenvariable x, so dass die Substitution $A_x[t]$ erlaubt ist, $A_x[t]$ allgemeingültig ist, aber A nicht allgemeingültig ist.

30. Aufgabe: Beweisen Sie das Substitutionslemma:
Sei A ein Term oder eine Formel, x eine Individuenvariable, $t \in$ Term und $A_x[t]$ eine erlaubte Substitution. Dann gilt für jede Interpretation $I = (D, I_c, I_v)$:

$$I(A_x[t]) = I^{x,I(t)}(A).$$

Insbesondere ist $A_x[t]$ allgemeingültig, wenn A allgemeingültig ist.
Wo geht im Beweis ein, dass die Substitution erlaubt ist?

31. Aufgabe: Eine *Theorie* ist eine Menge $\Sigma \subseteq$ Form mit $\mathrm{Folg}(\Sigma) = \Sigma$.
Zeigen Sie:

1. Für jede Menge M von Formeln ist $\mathrm{Folg}(M)$ eine Theorie.
2. Für jede Interpretation I ist $\{A \in \text{Form} \mid I \models A\}$ eine Theorie.