

## Übungen zur Vorlesung

## Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener

Blatt 8

**32. Aufgabe:** Begründen Sie den 3. Schritt des PKNF-Verfahrens, indem Sie zeigen, dass zu jeder Formel  $A \in \text{Form}$  eine logisch äquivalente Formel  $A' \in \text{Form}$ , in der weder  $\rightarrow$  oder  $\leftrightarrow$  noch  $\text{if } \_ \text{ then } \_ \text{ else}$  oder  $\text{IF } \_ \text{ THEN } \_ \text{ ELSE}$  vorkommt, effektiv bestimmt werden kann.

**33. Aufgabe:** Betrachte die Formelmenge

$$M = \{ \begin{array}{l} \forall x \forall y (S(x) = S(y) \rightarrow x = y), \\ \forall x S(x) \neq 0, \\ \forall x x + 0 = x, \\ \forall x \forall y (x + S(y)) = S(x + y), \\ \forall x x \star 0 = 0, \\ \forall x \forall y (x \star S(y)) = (x \star y) + x \end{array} \}.$$

Zeigen Sie: Ist  $I = (D, I_c, I_v)$  ein Modell von  $M$ , so ist  $D$  nicht endlich.

**34. Aufgabe:** Zeigen Sie die Gültigkeit des Generalisierungstheorem:

Es komme  $v \in \text{Var}$  in keiner Formel aus  $\Sigma \subseteq \text{Form}$  frei vor. Ferner sei  $A \in \text{Form}$ .

Genau dann gilt  $\Sigma \models A$ , wenn  $\Sigma \models \forall v A$  gilt.

**35. Aufgabe:** Zeigen Sie, dass die Menge der allgemeingültigen Formeln des Gleichheitskalküls entscheidbar ist, d. h., dass es einen Algorithmus gibt, der bei Eingabe einer Formel  $A$  des Gleichheitskalküls entscheidet, ob  $A$  allgemeingültig ist oder nicht.