

Vergißbilder für Homomorphismen

Definition 7.9 Ist $\sigma : sig' \rightarrow sig$ Signaturmorphimus, $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}$ sig-Algebren und $h : \mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{B}$ sig-Homomorphismus, dann ist

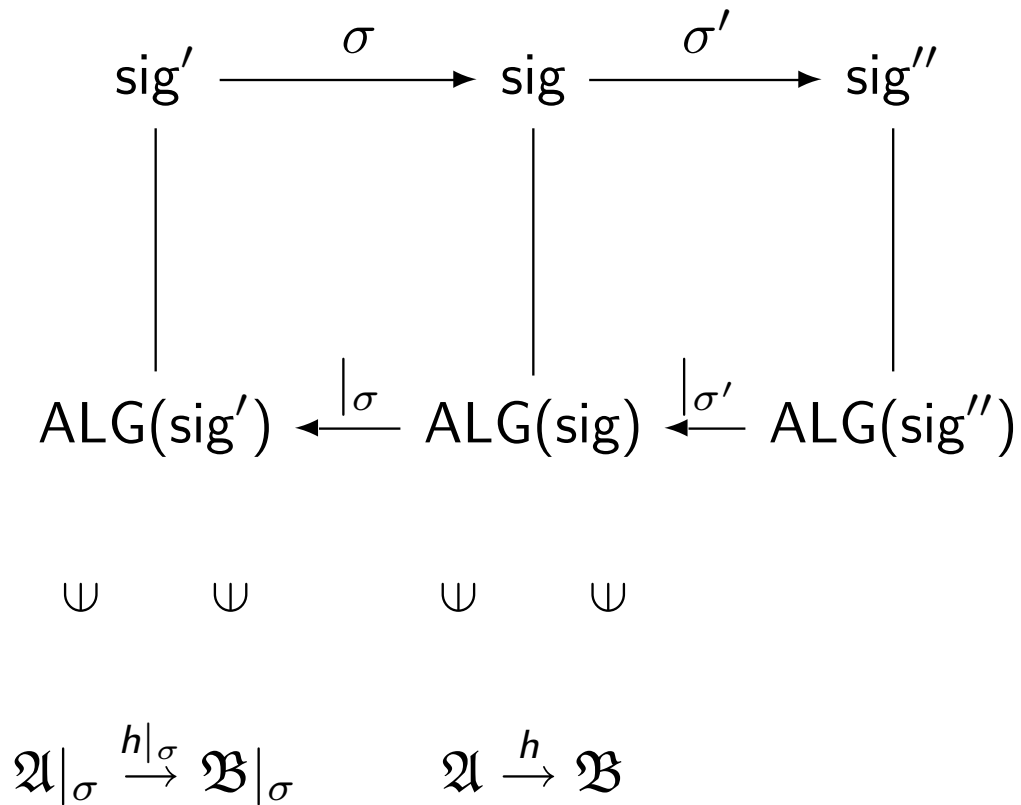
$h|_{\sigma} := \{h_{\sigma(s)} \mid s \in S'\}$, wobei $sig' = (S', F', \tau')$, ein sig'-Homomorphismus:

$$\begin{array}{ccc}
 (h|_{\sigma})_s = h_{\sigma(s)} : & A_{\sigma(s)} & \rightarrow & B_{\sigma(s)} \\
 & \parallel & & \parallel \\
 & (A|_{\sigma})_s & \rightarrow & (B|_{\sigma})_s
 \end{array}$$

$h|_{\sigma}$ heißt Vergißbild von h entlang σ

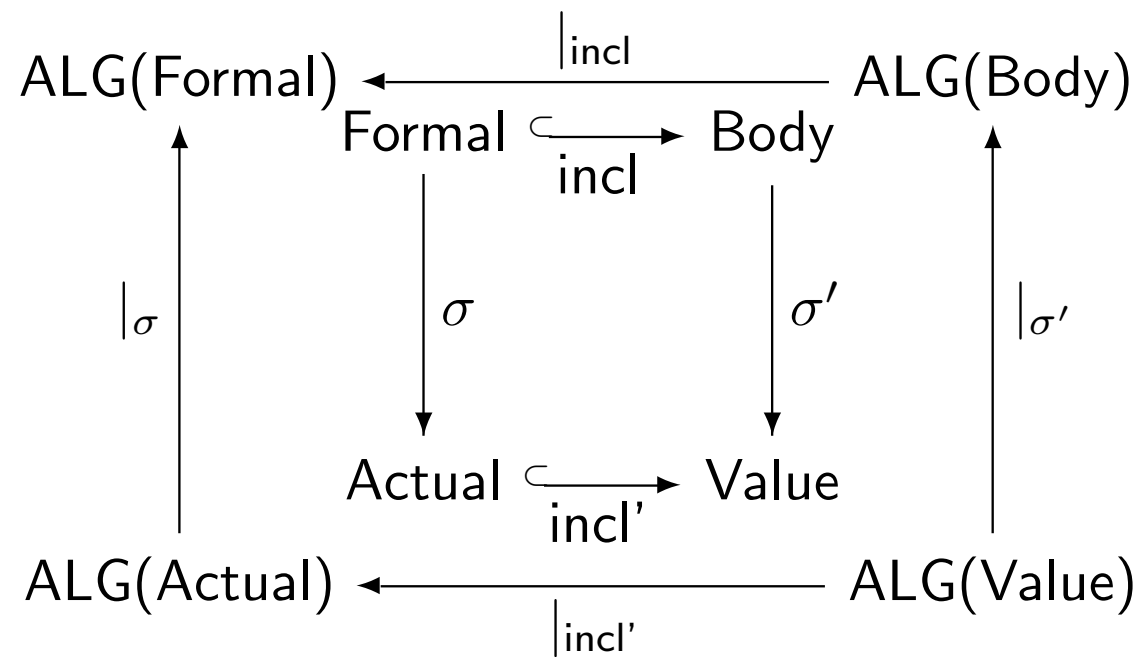
Vergibilder

Eigenschaften von $h|_\sigma$ (Vergibild von h entlang σ)



Verträglichkeit mit Identität, Komposition und Homomorphismen.

Parameterspezifikation



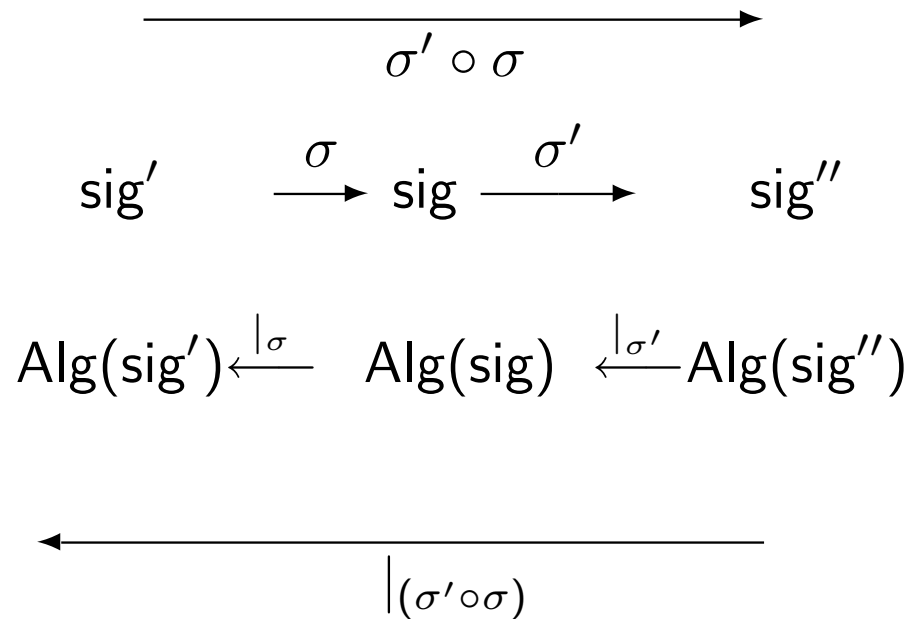
Parameterspezifikation

$\sigma : \text{sig}' \rightarrow \text{sig}, \mathcal{A}, \mathcal{B}, \text{sig}\text{-Algebren.}$

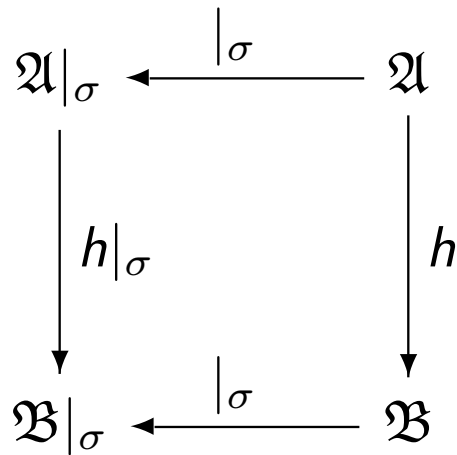
$h : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}, \text{sig}\text{-Homomorphismus.}$

$h\sigma_\sigma = \{h_{\sigma(s)} \mid s \in S'\}, \text{sig}' = (S', F', \tau') = \text{mit}$

$h\sigma_\sigma : A|_\sigma \rightarrow B|_\sigma$ Verzißbild von h entlang σ .



Parameterspezifikation



Semantik der Parameterübergabe (nur Signatur)

Definition 7.10 Sei *Body[Formal]* Parameterspezifikation.

$\sigma : \text{Formal} \rightarrow \text{Actual}$ Signaturmorphismus.

Semantik der *Parameterübergabe* [Actual, σ].

Zuordnung: $\sigma : \text{Formal} \rightarrow \text{Actual}$

↓

initiale Semantik von Value. D. h.

$T_{\text{Body}[\text{Actual}, \sigma]}$

Betrachte: $S :: (T_{\text{Actual}, \sigma}) \mapsto T_{\text{Body}[\text{Actual}, \sigma]}$

Abbildung zwischen *init* Algebren. Kann aufgefasst werden als Zuordnung zwischen *Formal* Algebren \rightarrow *Body*-Algebren.

Semantik Parameterübergabe

$$(T_{\text{Actual}}|_{\sigma} \mapsto (T_{\text{Body}[\text{Actual}, \sigma]}))|_{\sigma'}$$

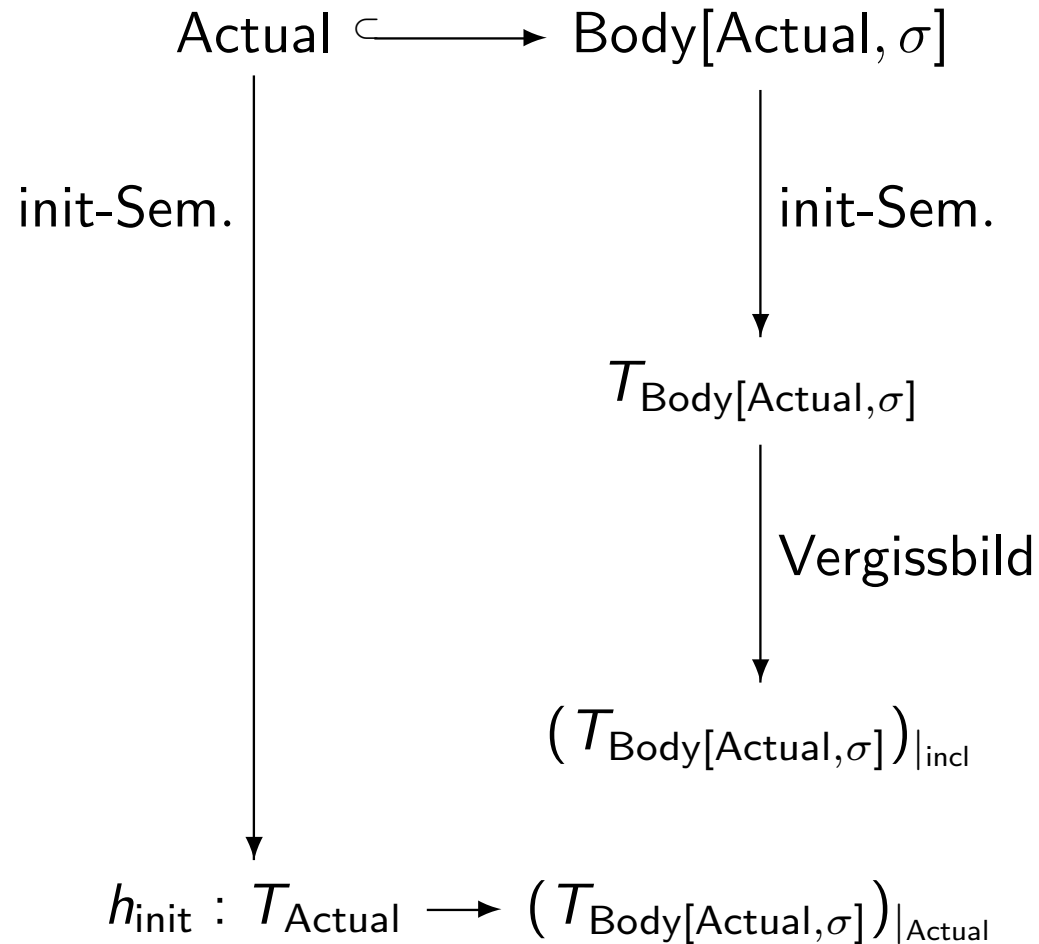


Abbildung zwischen init Algebren

Formal

sorts elem
ops $a, b \rightarrow \text{elem}$
eqns $a = b$

elem \rightarrow nat

$\xrightarrow{\sigma}$

$a \rightarrow 0$

$b \rightarrow 1$

Actual

sorts nat
ops $0, 1 \rightarrow \text{nat}$

$\mathfrak{A} = T_{\text{Actual}} \quad A_{\text{nat}} = \{0, 1\}$

$\mathfrak{A}|_{\sigma} \in \text{Alg}(\text{sig Formal}) \quad (A|_{\sigma})_{\text{elem}} = \{0, 1\}$

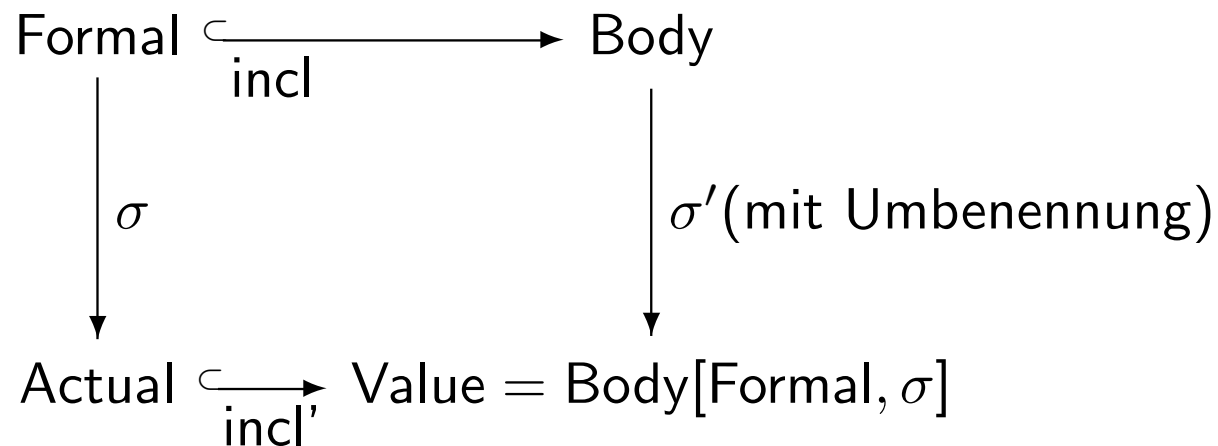
$a|_{\mathfrak{A}|_{\sigma}} = 0 \neq 1 = b|_{\mathfrak{A}|_{\sigma}}$

Gleichung von Formal nicht erfüllt! D. h. $\mathfrak{A}|_{\sigma} \notin \text{Alg}(\text{Formal})$.

Parameterübergabe (Actual, σ)

Body[Formal]

$\sigma : \text{sig}(\text{Formal}) \rightarrow \text{sig}(\text{Actual})$
 Signatur Morphismus



Vor: $\text{sig}(\text{Actual})$ und $\text{sig}(\text{Value})$ strikt.

Parameterübergabe (Actual, σ)

Vergibilder: $|_{\sigma} : \text{Alg}(\text{sig}) \rightarrow \text{Alg}(\text{sig}')$

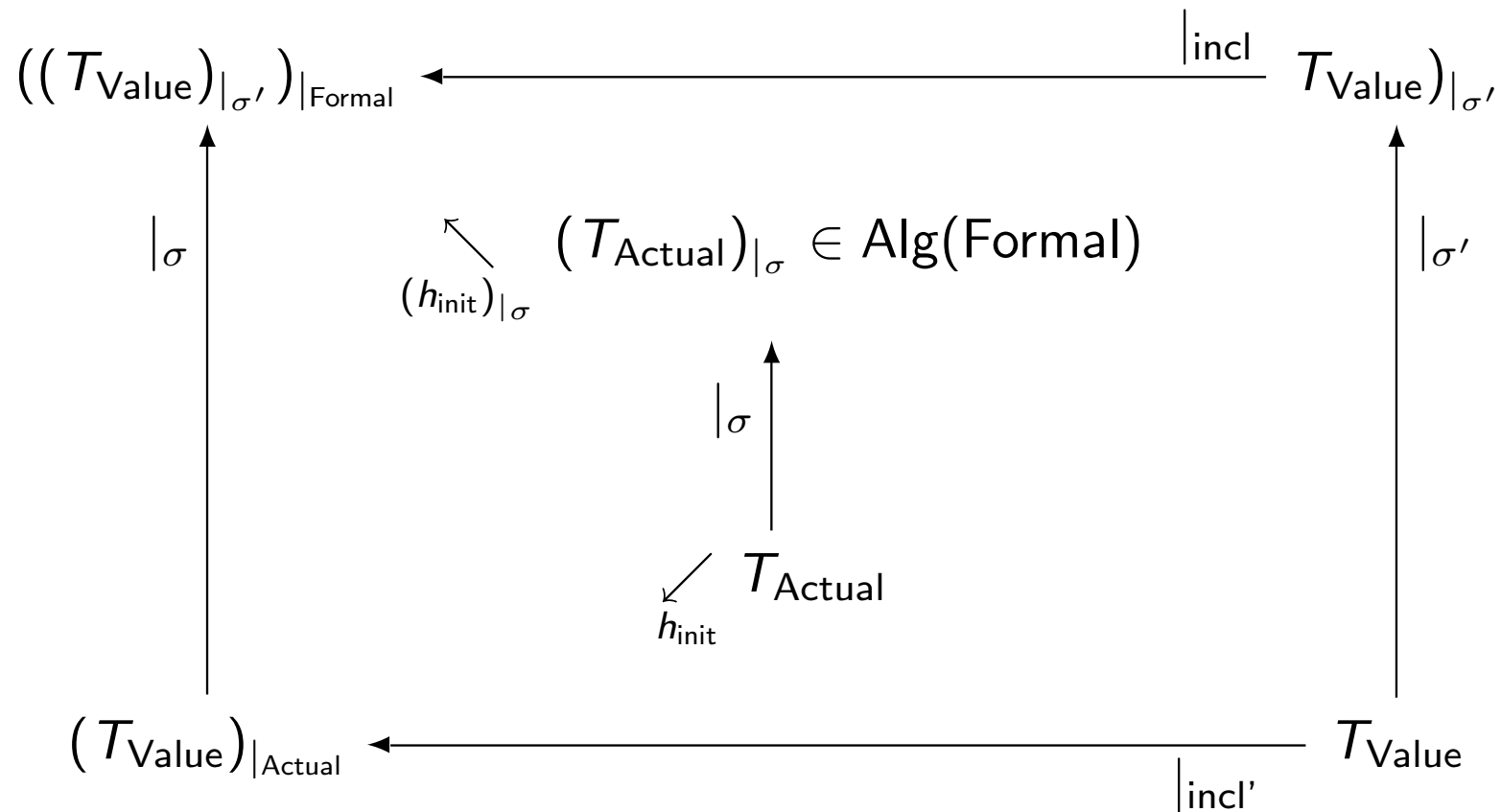
$\mathfrak{A}|_{\sigma}$ för $\sigma : \text{sig}' \rightarrow \text{sig}$

$h : \mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{L}$ sig-Homomorphismus

$h|_{\sigma} : \mathfrak{A}|_{\sigma} \rightarrow \mathfrak{L}|_{\sigma}$

sig'-Homomorphismus

Parameterübergabe (Actual, σ)



Probleme: 1) $(T_{\text{Actual}})|_{\sigma} \notin \text{Alg}(\text{Formal})$, 2) h_{init} keine Bijektion.

Spezifikationsmorphismus

Definition

Seien $\text{spec}' = (\text{sig}', E')$, $\text{spec} = (\text{sig}, E)$ (allg.) Spezifikationen. Ein Signaturmorphismus $\sigma : \text{sig}' \rightarrow \text{sig}$ heißt **Spezifikationsmorphismus**, falls für alle $s = t \in E'$ gilt $\sigma(s) = \sigma(t) \in \text{Th}(E)$.

Schreibe: $\sigma : \text{spec}' \rightarrow \text{spec}$

Fakt: Für $\mathfrak{A} \in \text{Alg}(\text{spec})$ gilt $\mathfrak{A}|_{\sigma} \in \text{Alg}(\text{spec}')$

D. h. $|_{\sigma} : \text{Alg}(\text{spec}) \rightarrow \text{Alg}(\text{spec}')$!

Oft verlangt man „nur“ $\sigma(s) = \sigma(t) \in \text{ITh}(E)$.!

Spezifikationsmorphismus

Eine **Parameterübergabe** für $\text{Body}[\text{Formal}]$ ist ein Paar (Actual, σ) :
 Actual Spezifikation und $\sigma : \text{Formal} \rightarrow \text{Actual}$ Spezifikationsmorphismus.

$(T_{\text{Actual}})|_{\sigma} \in \text{Alg}(\text{Formal})$

- verlange auch h_{init} **Bijektion**, syntaktische Einschränkungen.

Spezifikationssprachen

CLEAR, Act-one, -Cip-C, Affirm, ASL, Aspik, OBJ, ASF, \rightsquigarrow neuere
 +

Sprachen: - Spectrum, - Troll.

Beispiel

Beispiel 7.7

Formal :: {

- spec* ELEMENT
- use* BOOL
- sorts* elem
- ops* $. \leq . : \text{elem}, \text{elem} \rightarrow \text{bool}$
- eqns*
 - $x \leq x = \text{true}$
 - $\text{imp}(x \leq x \text{ and } y \leq z, x \leq z) = \text{true}$
 - $x \leq y \text{ or } y \leq x = \text{true}$

Beispiel (Forts.)

```

eqns  insert(x, nil) = x.nil
      insert(x, y.l) = case(x ≤ y, x.insert(y, l), y.insert(x, l))
      case(true, l1, l2) = l1
      case(false, l1, l2) = l2
      sorted(nil) = true
      sorted(x, nil) = true
      sorted(x, y, l) = if x ≤ y then sorted(y, l) else false
  
```

Eigenschaft: $sorted(insert(x, l)) = true$

Beispiel (Forts)

$\text{ACTUAL} \equiv \text{BOOL}$

$\sigma : \text{elem} \rightarrow \text{bool}, \text{bool} \rightarrow \text{bool}$

$. \leq . \rightarrow \text{impl}$

Die Gleichungen von ELEMENT sind in $\text{Th}(\text{BOOL})$

\rightsquigarrow Spezifikationsmorphismus

Beispiel (Forts.)

ACTUAL \equiv NAT

$\sigma : \text{bool} \rightarrow \text{nat}$

$\text{true} \rightarrow \text{suc}(0)$

$\text{false} \rightarrow 0$

$\text{not} \rightarrow \text{suc}$

$\text{or} \rightarrow \text{plus}$

$\text{and} \rightarrow \text{times}$

\vdots

$. \leq . \rightarrow \dots$

$\text{elem} \rightarrow \text{nat}$

nicht erlaubt

kein Spezifikationsmorphismus

$\text{not}(\text{false}) = \text{true}$

$\text{not}(\text{true}) = \text{false}$ gilt nicht!.