

Grundlagen der Programmierung

SS 05

Prof. Dr. K. Madlener

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1. Sei $f : A \rightarrow B$ eine totale Funktion.

Zeigen Sie: f ist injektiv genau dann, wenn für alle $X, Y \subseteq A$ gilt, dass $f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y)$.

Aufgabe 1.2. Seien nun E und F endliche Mengen. Zeigen Sie:

- (1) Aus $E \cap F = \emptyset$ folgt $|E \cup F| = |E| + |F|$.
- (2) $|E \times F| = |E| \cdot |F|$.
- (3) $|F^E| = |F|^{|E|}$, wobei F^E die Menge aller totalen Funktionen $E \rightarrow F$ bezeichne. Hinweis: Benutzen Sie die Darstellungen $E = \{1, \dots, n\}$, $F = \{1, \dots, p\}$ und $G = \{1, \dots, p^n\}$. Nutzen Sie $|G| = |F|^{|E|}$. Geben sie eine Bijektion $f : F^E \rightarrow G$ an.
- (4) $|\mathcal{P}(E)| = 2^{|E|}$, wobei $\mathcal{P}(E)$ die Potenzmenge (d. h. die Menge aller Teilmengen) von E bezeichne.

Aufgabe 1.3. Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet, und sei weiter die Wortfunktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$

definiert durch $w \mapsto \begin{cases} v & \text{falls } w = w^{mi} \text{ und } w = xvx \text{ mit } x \in \Sigma, v \in \Sigma^* \\ \uparrow & \text{sonst} \end{cases}$

- (1) Geben Sie den Definitionsbereich $\text{dom}(f)$ und den Wertebereich $\text{im}(f)$ an.
- (2) Geben Sie den Definitionsbereich von f^2 an.

Verwenden Sie bitte die in der Vorlesung angegebenen Definitionen.

Aufgabe 1.4. Sei $\Sigma = \{S, a, b\}$ ein Alphabet und $\Pi = \{S \rightarrow aSa, S \rightarrow bSb, S \rightarrow \epsilon\}$ eine Menge von Produktionen. Die Menge M sei definiert durch $M := \{uS\rho(u) \mid u \in (\Sigma \setminus \{S\})^*\} \cup \{u\rho(u) \mid u \in (\Sigma \setminus \{S\})^*\}$, wobei $\rho : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ die Spiegelungsfunktion bezeichnet (siehe Vorlesung). Zeigen Sie in dem durch das Wortersetzungssystem (Σ, Π) definierten Kalkül $K(\Sigma, \Pi)$ die nachfolgenden Aussagen.

- (1) Jedes Element aus M kann aus dem Wort S abgeleitet werden.
- (2) Jedes von S ableitbare Wort ist ein Element von M .

Informationen zur Vorlesung:

<http://www-madlener.informatik.uni-kl.de/ag-madlener/teaching/ss2005/gdp/gdp.html>