

Grundlagen der Programmierung

SS 05

Prof. Dr. K. Madlener

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1. Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $A = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$.

- (1) Geben Sie eine Turing-Maschine T an, die die Sprache A entscheidet (siehe Definition 6.88). Begründen Sie, dass T tatsächlich die Sprache A entscheidet.
- (2) Beweisen Sie, dass jede Turing-Maschine, die A entscheidet, auf dem Band sowohl nach links als auch nach rechts gehen muss.

Aufgabe 10.2. Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet und bezeichne $\rho : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ die Spiegelungsfunktion auf Σ^* . Geben Sie eine Turing-Maschine T an, die die Funktion ρ berechnet (siehe Folie 194). Begründen Sie, dass T tatsächlich die Funktion ρ berechnet.

Aufgabe 10.3. Sei (Σ, Π) ein Wortersetzungssystem mit $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$\Pi = \{ab ::= bbb, bbb ::= ab, bb ::= b, b ::= bb\}.$$

Zeigen Sie, dass die Relation $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ mit

$$Rxy \text{ genau dann, wenn es ein } n \in \mathbb{N} \text{ gibt, so daß } x \vdash_{\Pi}^n y \text{ für alle } x, y \in \Sigma^*$$

entscheidbar ist.

Aufgabe 10.4. Aus der Vorlesung kennen Sie das Schema der primitiven Rekursion für Wortfunktionen. Dabei ist Σ ein endliches Alphabet, und es sind $g : (\Sigma^*)^{m+1} \rightarrow \Sigma^*$ und $h_a : (\Sigma^*)^{m+2} \rightarrow \Sigma^*$ ($a \in \Sigma$) gegebene Funktionen, und es ist die Funktion $f_\ell : (\Sigma^*)^{m+1} \rightarrow \Sigma^*$ definiert durch

$$\begin{aligned} f_\ell(\vec{u}, \epsilon) &= g(\vec{u}, \epsilon) \\ f_\ell(\vec{u}, av) &= h_a(\vec{u}, f(\vec{u}, v), v) \end{aligned}$$

für alle $a \in \Sigma$, $\vec{u} \in (\Sigma^*)^m$ und $v \in \Sigma^*$.

Zeigen Sie folgende Aussage: Sind die Funktionen $g : (\Sigma^*)^{m+1} \rightarrow \Sigma^*$ und $h_a : (\Sigma^*)^{m+2} \rightarrow \Sigma^*$ ($a \in \Sigma$) primitiv rekursive Wortfunktionen, so ist auch die Funktion $f_r : (\Sigma^*)^{m+1} \rightarrow \Sigma^*$, die durch

$$\begin{aligned} f_r(\vec{u}, \epsilon) &= g(\vec{u}, \epsilon) \\ f_r(\vec{u}, va) &= h_a(\vec{u}, f(\vec{u}, v), v) \end{aligned}$$

für alle $a \in \Sigma$, $\vec{u} \in (\Sigma^*)^m$ und $v \in \Sigma^*$ definiert sei, eine primitiv rekursive Wortfunktion.

Hinweis: Verwenden Sie die Spiegelungsfunktion ρ , welche als primitiv rekursive Wortfunktion vorausgesetzt werden darf.

Informationen zur Vorlesung:

<http://www-madlener.informatik.uni-kl.de/ag-madlener/teaching/ss2005/gdp/gdp.html>