

# Grundlagen der Programmierung

SS 05

Prof. Dr. K. Madlener

Übungsblatt 7

**Aufgabe 7.1.** Sei  $A : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  die aus der Vorlesung bekannte Ackermann-Funktion.

- (1) Zeigen Sie die Eigenschaften 1-5 von Beispiel 6.36.
- (2) Zeigen Sie, dass  $A$   $\mu$ -rekursiv ist. Verwenden Sie dazu keine WHILE-Programme.
- (3) Zeigen oder widerlegen Sie: Die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f(x) = A(x, 0)$  für alle  $x \in \mathbb{N}$  ist primitiv rekursiv.
- (4) Zeigen oder widerlegen Sie: Die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit

$$f(x) = \mu y . A(y, x) - A(x, y) = 0$$

für alle  $x \in \mathbb{N}$  ist primitiv rekursiv ( $- : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  bezeichnet die nichtnegative Differenz).

**Aufgabe 7.2.** Sei  $\mathcal{REL}_n = \{\chi_Q : Q \text{ ist eine } n\text{-stellige entscheidbare Relation}\}$ .

- (1) Zeigen oder widerlegen Sie, dass es zu jedem  $n$  eine 0/1-wertige universelle  $\mu$ -rekursive Funktion  $\text{rel}_n$  für  $\mathcal{REL}_n$  gibt (d. h.  $\text{im}(\text{rel}_n) = \{0, 1\}$  und zu jedem  $\chi \in \mathcal{REL}_n$  gibt es ein  $p \in \mathbb{N}$  mit  $\chi(x_1, \dots, x_n) = \text{rel}_n(p, x_1, \dots, x_n)$  für alle  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{N}$ ).
- (2) Zeigen oder widerlegen Sie, dass es zu jedem  $n$  eine 0/1-wertige totale universelle  $\mu$ -rekursive Funktion  $\text{rel}_n$  für  $\mathcal{REL}_n$  gibt.

**Aufgabe 7.3.**

- (1) Sei  $h \in \mathcal{R}_p^{(2)}(\mathbb{N})$ . Zeigen Sie, dass es eine primitiv rekursive Funktion  $f \in \mathcal{P}^{(2)}(\mathbb{N})$  gibt mit

$$\varphi_{f(p,q)}^{(1)}(x) = h(\varphi_p^{(1)}(x), \varphi_q^{(1)}(x))$$

für alle  $p, q, x \in \mathbb{N}$ .

- (2) Zeigen Sie, dass es ein  $m \in \mathbb{N}$  gibt mit  $\varphi_m^{(1)}(x) = \varphi_x^{(1)}(m)$  für alle  $x \in \mathbb{N}$ .
- (3) Zeigen Sie, dass es ein  $m \in \mathbb{N}$  gibt mit  $\varphi_m^{(2)}(x, y) = m^y x^m$  für alle  $x, y \in \mathbb{N}$ .

Informationen zur Vorlesung:

<http://www-madlener.informatik.uni-kl.de/ag-madlener/teaching/ss2005/gdp/gdp.html>