SS 2008 16. April 2008

Übungen zur Vorlesung Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener Blatt 2

5. Aufgabe: [Bewertung von Formeln, 3P]
Seien $p, q, r \in V$ eine Menge aussagenlogischer Variablen. Zeigen Sie durch Betrachtung aller Bewertungen:

1. $((p \to q) \vee (q \to p))$ ist eine Tautologie.
2. $((p \to q) \wedge (q \to p))$ ist erfüllbar.
3. $((p) \wedge (((\neg p) \vee (r)) \vee (\neg q))) \wedge (((q) \vee (r)) \wedge (((\neg q) \vee (\neg p)) \wedge ((\neg r) \vee (\neg p))))$ ist widerspruchsvoll.

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben ist Definition 1.12 auf den Folien 33 und 34 vorzuarbeiten.

6. Aufgabe: [logische Äquivalenz, 2P]
Seien $A, B \in F$. Zeigen Sie: Genau dann gilt $A \models\!\!\!=\!\!\!\mid B$, wenn $f_A = f_B$ ist. Dabei soll f_A eine Boolesche Funktion sein, die von der Formel A definiert wird (s. F. 23).

7. Aufgabe: [Substitution, 4P]
Seien $A, B, C \in F$. Ferner sei $A \models\!\!\!=\!\!\!\mid B$ und A eine Teilformel von C.

Beweisen Sie: Entsteht C' aus C durch Ersetzen ein oder mehrerer Vorkommen von A durch B, so gilt $C \models\!\!\!=\!\!\!\mid C'$.

8. Aufgabe: [logische Äquivalenz von Mengen, 6P]
$X \subseteq F$ und $Y \subseteq F$ heißen *logisch äquivalent* mit der Schreibweise $X \models\!\!\!=\!\!\!\mid Y$, falls $\mathrm{Folg}(X) = \mathrm{Folg}(Y)$ gilt.

$X \subseteq F$ heißt *unabhängig,* falls für kein $A \in X$ die Aussageform A logisch aus $X \setminus \{A\}$ folgt, d.h. es gibt kein $A \in X$ mit $X \setminus \{A\} \models A$.

Zeigen Sie:

1. Es gibt einen Algorithmus, der zu einer endlichen Menge $X \subseteq F$ eine logisch äquivalente unabhängige Teilmenge $Y \subseteq X$ bestimmt.
2. Es gibt eine Menge $X \subseteq F$, die keine logisch äquivalente unabhängige Teilmenge $Y \subseteq X$ enthält.

Abgabe: bis 22. April 2008, 10:00 Uhr, im Kasten neben Raum 34/401.4