

Übungen zur Vorlesung Logik

29. Aufgabe: [Interpretationen, 6P]

1. Definieren Sie eine Interpretation $I = (\mathbb{Q}, I_c, I_v)$, so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über rationale Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf? Achten Sie darauf, dass Aufgabe 30 zu Ihrer Definition passt.
2. Definieren Sie eine Interpretation $I = (\mathbb{R}, I_c, I_v)$, so dass man mit den prädikatenlogischen Formeln über reelle Zahlen reden kann. Welche Schwierigkeiten treten auf?

30. Aufgabe: [Auswertung, 1, 5 + 5P]

1. Werten Sie mit der Interpretation aus Aufgabe 29.1 folgende Terme aus:

- a) 67,
- b) $((5 + 3)/(7 - 4))$ und
- c) $f(\frac{4}{3} * \frac{3}{4}, \frac{5}{3} + \frac{5}{3})$.

Dabei sind 3,4,5,7,67 Individuenkonstanten und $-$, $+$, $*$, $/$, \div und f Funktionskonstanten.

2. Gelten folgende Formeln in der Interpretation aus Aufgabe 29.1?

- a) $2 * 2 = 2^{\frac{2}{3}} + 1^{\frac{1}{3}}$
- b) $\forall x \exists y x > y$
- c) $\exists x \exists y \exists z x * x * x + y * y * y = z * z * z$
- d) $\forall x \exists y x + y = 0$
- e) $\forall x \forall y \exists z (x < z \wedge z < y) \vee (y < z \wedge z < x)$
- f) $\forall x \exists y \exists w \exists z x = w + (y/z) \wedge y < z$

Weitere Individuenkonstanten sind 0,1 und $<$ ist eine zweistellige Prädikatskonstante.

b.w.

31. Aufgabe: [Interpretationen, 3P]

Definieren Sie eine Interpretation I , in der folgende Formeln gelten:

1. $\exists x \forall y p(x, y)$
2. $\forall x \forall y \forall z p(x, y) \wedge p(y, z) \rightarrow p(x, z)$
3. $\forall x \forall y p(x, y) \wedge p(y, x) \rightarrow x = y$
4. $\forall x \exists y p(f(x, y), x)$

Hier sind f eine zweistellige Funktionskonstante und p ist eine zweistellige Prädikatskonstante.

32. Aufgabe: [Allgemeingültigkeit, 4P]

Welche der folgenden prädikatenlogischen Formeln sind allgemeingültig?

1. $(x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z$
2. $(x < y \wedge y < x) \rightarrow x = y$
3. $\exists Q Q(x) \rightarrow \neg x = x$
4. $(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow \forall x (p(x) \rightarrow q(x))$
5. $\exists x (p(x) \rightarrow \forall y p(y))$

Abgabe: bis Dienstag, 2008-06-10 10:00 Uhr, im Kasten neben Raum 34/401.4