SS 2008 2008-06-11

Übungen zur Vorlesung Logik

Prof. Dr. Klaus Madlener Blatt 9

33. Aufgabe: [Formel mit geg. Semantik, 3P]
Finden Sie eine Formel der Prädikatenlogik, die "Es gibt (mindestens) zwei verschiedene Paare x, y, so dass $p(x, y)$ wahr ist" ausdrückt.

34. Aufgabe: [Semantische Folgerung, 5P]
Sei p 2-stelliges Prädikatssymbol, und f, g 1-stellige Funktionssymbole.

Zeigen oder widerlegen Sie:

1. Es gilt $\forall x \exists y\, p(x, y) \models \exists y \forall x\, p(x, y)$.
2. $\forall x \exists y\, p(y, x)$ folgt logisch aus $\exists y \forall x\, p(y, x)$.
3. Aus $\forall x\, f(x) = g(x)$ folgt $f = g$ logisch.

35. Aufgabe: [Substitution, 3P]
Zeigen oder widerlegen Sie:

Eine Formel A ist allgemeingültig, genau dann, wenn für jede erlaubte Substitution einer Individuenvariablen x durch einen Term t die Formel $A_x[t]$ allgemeingültig ist.

36. Aufgabe: [Substitutionslemma, 10P]
Beweisen Sie das Substitutionslemma:

Sei A ein Term oder eine Formel, x eine Individuenvariable, $t \in$ Term und $A_x[t]$ eine erlaubte Substitution. Dann gilt für jede Interpretation $I = (D, I_c, I_v)$:

$$I(A_x[t]) = I^{x,I(t)}(A).$$

Insbesondere ist $A_x[t]$ allgemeingültig, wenn A allgemeingültig ist.

Wo geht im Beweis ein, dass die Substitution erlaubt ist?

Abgabe: bis Dienstag, 2008-06-17 10:00 Uhr, im Kasten neben Raum 34/401.4