

Übungen zur Vorlesung Logik  
Blatt 5

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 27. Mai 2009 10:00 Uhr

**22. Aufgabe:** [Tableaux, Übung]

In Aufgabe 2 wurde ein Diätplan durch die Aussageform

$$A \equiv (\neg B \rightarrow F) \wedge (((B \wedge F) \rightarrow \neg E) \wedge ((E \vee \neg B) \rightarrow \neg F))$$

dargestellt. Konstruieren Sie für  $A$  ein vollständiges Tableau. Welche Eigenschaften von  $A$  kann man dem Tableau ansehen? Stellen Sie mit Hilfe des Tableaux eine Disjunktive Normalform für  $A$  auf.

**23. Aufgabe:** [Tableauxfolgerung, Übung]

Zeigen Sie

1.  $(A \wedge \neg B) \vdash_{\tau} \neg((\neg A) \wedge (\neg B))$
2.  $(A \wedge (A \rightarrow B)) \vdash_{\tau} B$
3.  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_{\tau} (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

**24. Aufgabe:** [Tableauxfolgerung, 5P]

Zeigen Sie

1.  $\{p, p \vee q, p \rightarrow s, r \rightarrow q\} \vdash_{\tau} q \rightarrow p$
2.  $\{p, p \vee q, p \rightarrow s, r \rightarrow q\} \vdash_{\tau} s$
3.  $\vdash_{\tau} (\neg(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p))$
4.  $F \vdash_{\tau} q \rightarrow p \wedge (\neg(s \wedge \neg(s \vee ((q \wedge r) \rightarrow p))))$
5.  $\neg((A \rightarrow (A \vee C)) \wedge D) \vdash_{\tau} (C \rightarrow B) \vee \neg D$

**25. Aufgabe:** [DNF aus Tableaux, 2P]

Finden Sie mit Hilfe der Tableauxmethode disjunktive Normalformen für die folgenden Formeln:

1.  $(p \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r)) \rightarrow (q \vee r)$
2.  $(q \rightarrow p) \rightarrow \neg(r \rightarrow q)$

**26. Aufgabe:** [Tableaux mit Äquivalenz, 5P]

1. In der Vorlesung wurden die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Formeln nur für  $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$  definiert und  $\leftrightarrow$  weggelassen. Ist  $A \equiv B \leftrightarrow C$  eine  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Formel und welche Komponenten hat diese Aussageform?

2. Wie würde man bei beliebigen anderen weiteren Operatoren verfahren?

**27. Aufgabe:** [Möglichkeiten und Grenzen der Tableauxmethode, 5P]

Können die folgenden Aussagen mit der Tableauxmethode bewiesen werden? Begründen Sie Ihre Antworten.

1.  $\{p, q, r, s\} \models t$
2.  $\{p, q, r, s\} \not\models \neg(q \rightarrow s)$
3.  $F \models \neg(p \rightarrow (q \leftrightarrow r) \wedge \neg r) \rightarrow (s \vee \neg p)$
4.  $\Sigma := \{p_i \wedge \neg p_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$  ist unerfüllbar
5.  $\Sigma := \{p_i \wedge \neg p_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}\}$  ist erfüllbar

Geben Sie so allgemeine Antworten wie möglich. D.h. wenn Sie z.B. erklären können, dass es einen Tableaux-Beweis gibt, ohne diesen anzugeben, dann geben Sie ihn auch nicht an.

**Abgabe: bis 27. Mai 2009 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4**