

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 7

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 17. Juni 2009 10:00 Uhr

33. Aufgabe: [Strukturelle Induktion und NNF, Übung]

Sei A eine Formel in Negationsnormalform, in der p nur positiv vorkommt. Zeigen Sie mit struktureller Induktion:

$$A[p/0] \models A[p/1].$$

34. Aufgabe: [Resolution, Übung]

Zeigen Sie mit Resolution:

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ ist Tautologie.
2. $\{p \vee q, q \vee r\} \models p \vee r$.
3. $X \equiv (E \rightarrow M) \wedge ((S \rightarrow F) \wedge ((M \vee F \rightarrow A) \wedge (\neg A)))$ ist erfüllbar.

35. Aufgabe: [Davis-Putnam, 6 + 1 + 2 P]

1. Zeigen Sie, dass die Pure-Literal-Regel des Davis-Putnam-Verfahrens korrekt ist. Genauer: Zeigen Sie, dass für jede aussagenlogische Formel $A \in \text{NNF}(\{\neg, \wedge, \vee\})$ folgendes gilt:
 - a) Wenn ein Atom p in A nur positiv vorkommt, dann ist A erfüllungsäquivalent zu $A[p/1]$
 - b) Wenn ein Atom p in A nur negativ vorkommt, dann ist A erfüllungsäquivalent zu $A[p/0]$
2. Warum muss man fordern, dass A in Negationsnormalform vorliegt? An welcher Stelle würde der obige Beweis ohne diese Forderung scheitern?
3. Geben Sie eine Formel $A \in F(\{\neg, \wedge, \vee\})$ an, auf die die Regel anwendbar ist und für die $A[p/1]$ bzw. $A[p/0]$ nicht erfüllbarkeitsäquivalent zu A sind.

36. Aufgabe: [Resolution, 10P]

Zeigen Sie mit Resolution:

1. $p \models p \vee q$.
2. $\{p \vee q, \neg q \vee r\} \models p \vee r$.
3. $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$ ist Tautologie.
4. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow \neg(\neg r \wedge p)$ ist Tautologie.
5. $\neg((\neg p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \neg((p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s \wedge t)) \wedge (q \rightarrow s) \wedge \neg(s \vee \neg t))$ ist Tautologie.

37. Aufgabe: [Korrektheit der Resolution, 4P]

Beweisen Sie die Korrektheit des Resolutionskalküls.

Abgabe: bis 17. Juni 2009 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34/401.4