SS 2011 13. Juli 2011

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 12

Prof. Dr. Klaus Madlener Abgabe bis 20. Juli 2011 10:00 Uhr

1. Aufgabe: [Tableauxfolgerung, Übung]
Es sei

$$\Sigma = \{\forall x \forall y \forall z\ x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z, \quad \forall x\ 1 \cdot x = x, \quad \forall x\ x \cdot x = 1\}.$$

Zeigen Sie $\Sigma \models \forall x\ x \cdot 1 = x$ mit der Tableaux-Methode.

2. Aufgabe: [Formalisieren mit Tableaux, Übung]
Betrachten Sie folgende Aussagen:

- Jeder Polizist ist entschlossen.
- Wer entschlossen und intelligent ist, wird seinen Dienst zufriedenstellend tun.
- Georg ist ein intelligenter Polizist.
- Daher wird Georg seinen Dienst zufriedenstellend tun.

1. Formalisieren Sie die Aussagen in einer geeigneten Sprache der Prädikatenlogik 1. Stufe.
2. Zeigen Sie mit Hilfe eines semantischen Tableaux, dass die letzte Aussage eine Folgerung der anderen ist.
3. Konstruieren Sie mit der Tableaux-Methode ein Modell für die ersten drei Aussagen.

3. Aufgabe: [Modell durch Tableau, Übung]
Konstruieren Sie mit der Tableaux-Methode eine erfüllende Interpretation für

1. $\{\exists x \exists y \exists z\ (\neg x = y \wedge \neg x = z),\ \forall x\ x = x\}$

4. Aufgabe: [Tableaux, 6P]
Zeigen Sie mit der Tableaux-Methode:

1. $\vdash_\tau \forall x[A(x)] \leftrightarrow \forall y[A(y)]$
2. $\forall x[A(x) \to B(x)] \vdash_\tau \exists x[A(x) \to \exists x[B(x)]]$
3. $\vdash_\tau \forall x \forall y[\neg p(x) \to (((x = y) \to (p(x) \to p(y))) \to (((x = y) \to p(x)) \to ((x = y) \to p(y))))]$

5. Aufgabe: [Modell durch Tableau, 4P]
Konstruieren Sie mit der Tableaux-Methode eine erfüllende Interpretation für die folgenden Formeln:

1. $\exists x \exists y[x \neq y \wedge \forall z[z = x \vee z = y]]$
2. $\exists x \forall y[p(x) \rightarrow p(y)]$

6. Aufgabe: [Korrektheit der Tableaux-Regeln, 8P]
Seien γ- und δ-Formeln wie in der Vorlesung für die Tableaux-Methode definiert und sei I eine Interpretation, so dass es zu jedem $d \in D$ einen Term t mit $I(t) = d$ gibt. Zeigen Sie:

- Wenn $\gamma[t]$ unerfüllbar ist, dann ist auch γ unerfüllbar.
- Wenn $I \models \{\gamma[t] \mid t \text{ ist Term}\}$ gilt, so gilt auch $I \models \gamma$.
- Wenn $\delta[y]$ unerfüllbar ist, dann ist auch δ unerfüllbar.
- $\delta[y] \models \delta$.

Abgabe: bis 20. Juli 2011 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34-401.4