

Übungen zur Vorlesung Logik
Blatt 4

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 18. Mai 2011 10:00 Uhr

1. Aufgabe: [Deduktive Systeme, Übung]Das deduktive System $\hat{\mathcal{F}}$ entstehe aus \mathcal{F}_0 durch Ändern des ersten Axiomenschemas in

$$A \rightarrow (A \rightarrow B).$$

1. Ist $\hat{\mathcal{F}}$ vollständig?
2. Ist $\hat{\mathcal{F}}$ korrekt?

2. Aufgabe: [Beweise in deduktiven Systemen, Übung]

Zeigen Sie:

1. $(\neg(p \rightarrow q)) \vdash_G (q \rightarrow p)$
2. $(\neg(p \rightarrow q)) \vdash_H (q \rightarrow p)$
3. $\vdash_G (p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$
4. $\vdash_H (p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$

3. Aufgabe: [Korrektheit des Gentzen-Sequenzkalküls, 4P]

Zeigen Sie, dass der Sequenzkalkül korrekt ist, d.h.

$$\text{aus } \Gamma \vdash_G \Delta \text{ folgt } \Gamma \models \Delta.$$

4. Aufgabe: [Vollständigkeit des Hilbert-Kalküls, 8P]

Zeigen Sie, dass der Hilbert-Kalkül vollständig ist.

Falls Sie Regeln benutzen, die auf den Folien 70f nicht ausdrücklich angegeben wurden, definieren Sie sie bitte selbst und argumentieren Sie kurz, weshalb die Regeln korrekt sind.

5. Aufgabe: [Beweise in deduktiven Systemen, 8P]

Zeigen Sie:

1. $\vdash_G (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
2. $A \rightarrow B, C \rightarrow D, A \vee C \vdash_G B \vee D$
3. $\vdash_G \neg(A \vee B) \vee B \vee A$
4. $A \wedge B, B \wedge C \vdash_G A \wedge C$

Abgabe: bis 18. Mai 2011 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34-401.4