

Übungen zur Vorlesung Logik  
Blatt 6

Prof. Dr. Klaus Madlener

Abgabe bis 1. Juni 2011 10:00 Uhr

**1. Aufgabe:** [Negationsnormalform, Übung]

Bringen Sie die folgenden Formeln in Negationsnormalform:

1.  $A_1 \equiv p \wedge ((\neg q \rightarrow r) \leftrightarrow (\neg r \vee p))$
2.  $A_2 \equiv (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
3.  $A_3 \equiv (\neg p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \rightarrow p_3)$
4.  $A_4 \equiv \neg(p_1 \rightarrow (\neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_5)) \wedge (p_2 \rightarrow (p_4 \rightarrow p_3)) \wedge \neg((p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_5))$

**2. Aufgabe:** [Davis-Putnam, Übung]

Testen Sie die Formeln aus Aufgabe 1 mit dem Davis-Putnam-Verfahren auf Erfüllbarkeit.

**3. Aufgabe:** [Duale Formeln, 5P]Es sei  $A \in F(\{\neg, \vee, \wedge\})$  und  $d(A)$  die duale Formel von  $A$ . Ferner sei  $\varphi$  eine Bewertung und  $\varphi'$  die durch  $\varphi'(p) := 1 - \varphi(p)$  für alle  $p \in V$  definierte Bewertung. Zeigen Sie  $\varphi'(d(A)) = 1 - \varphi(A)$ .**4. Aufgabe:** [Davis-Putnam, 4P]

Zeigen Sie mit dem Davis-Putnam-Verfahren:

1.  $p \wedge q, q \rightarrow r \models r$
2.  $p \rightarrow r, q \rightarrow s, p \vee q \models r \vee s$
3.  $\neg q, p \rightarrow q \models \neg p$
4.  $\models \neg(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

**5. Aufgabe:** [Pure-Literal-Regel, 8P]

1. Sei  $A$  eine Formel in Negationsnormalform, in der  $p$  nur positiv vorkommt. Zeigen Sie mit struktureller Induktion:

$$A[p/0] \models A[p/1].$$

2. Folgern Sie daraus, dass  $A$  erfüllbarkeitsäquivalent zu  $A[p/1]$  ist.
3. Geben Sie eine Formel  $A \in F(\{\neg, \wedge, \vee\})$  an, auf die die Regel anwendbar ist und für die  $A[p/1]$  bzw.  $A[p/0]$  nicht erfüllbarkeitsäquivalent zu  $A$  sind.

**Abgabe: bis 1. Juni 2011 10:00 Uhr im Kasten neben Raum 34-401.4**