

---

 Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikations- und Verifikationstechniken
 

---

Prof. Dr. Klaus Madlener

Blatt 9

**28. Aufgabe:** [Beispiel Konfluenz und kritische Paare]

Betrachten Sie das Regelsystem  $R : h(x, f(x)) \rightarrow c, h(x, x) \rightarrow b, k(x) \rightarrow x, g(a) \rightarrow f(g(k(a)))$ .

1. Zeigen Sie: Es gibt keine kritischen Paare zu  $R$ .
2. Zeigen Sie:  $R$  ist nicht konfluent.
3. Wieso liegt kein Widerspruch vor?

**29. Aufgabe:** [Lokale Kohärenz und kritische Paare]

Beweisen Sie: Sei  $CP(R, G)$  definiert als die Menge der kritischen Paare bezüglich  $R$  und den Gleichungen in  $G$  in beide Richtungen orientiert. Ist  $R$  links-linear, dann sind folgende Aussagen äquivalent:

1.  $\rightarrow_R$  ist lokal kohärent modulo  $\sim$ .
2. Für jedes kritische Paar  $(t_1, t_2) \in CP(R, G)$  gilt  $t_1 \downarrow_{\sim} t_2$ .

**30. Aufgabe:** [Termination]

Beweisen Sie folgenden Satz:

Sei  $A$  eine Menge,  $>$  eine totale, wohlfundierte Ordnung auf  $A$  und  $I$  eine Abbildung, die jedem  $k$ -stelligem Funktionssymbol  $f$  eine Abbildung  $I(f) : A^k \rightarrow A$  zuordnet, die in jedem Argument streng monoton wachsend ist (d.h. für alle  $a_1, \dots, a_k \in A, i \in \{1, \dots, k\}$ , und  $a_i > a$  gilt:  $I(f)(a_1, \dots, a_i, \dots, a_k) > I(f)(a_1, \dots, a_{i-1}, a, a_{i+1}, \dots, a_k)$ .)

Sei  $I(\beta) : \text{Term}(F, V) \rightarrow A$  definiert durch:

$$I(\beta)(t) = \beta(t), \text{ falls } t \in V$$

$$I(\beta)(f(t_1, \dots, t_n)) = I(f)(I(\beta)(t_1), \dots, I(\beta)(t_n)).$$

Sei  $G$  ein Termersetzungssystem und gelte  $I(\beta)(l) > I(\beta)(r)$  für jede Regel  $l \rightarrow r \in G$  und für jede Belegung  $\beta : V \rightarrow A$ . Dann terminiert  $G$ .

**31. Aufgabe:** [Beispiel für Termination]

Sei das Regelsystem  $R : f(x) \rightarrow h(s(x)), h(0) \rightarrow h(s(0))$  mit  $x \in V$  gegeben. Zeigen Sie:

1. Der Satz aus Aufgabe 30 ist für  $A = \mathbb{N}$  auf  $R$  nicht anwendbar.
2.  $R$  ist konfluent.
3.  $R$  terminiert.

**Abgabe: bis 26.01.2006, per EMail an Bernd Strieder**